1) Um estudo de hábitos de fumantes compreende 214 casados (62 dos quais fumam), 102 divorciados (39 dos quais fumam) e 42 solteiros (22 dos quais fumam). Escolhendo aleatoriamente um indivíduo dessa amostra, determine a probabilidade de obter:

OBS.: os números entre parênteses no início das questões indicam o número de casas decimais da resposta final e a tolerância considerada, respectivamente.

1. (3; 2%) Alguém divorciado ou fumante.
2. (3, 2%) Alguém solteiro ou que nunca fumou.

1)

	FUMANTE	NÃO FUMANTE	TOTAL
CASADO	62	152	214
DIVORCIADO	39	63	102
SOLTEIRO	22	20	42
TOTAL	123	235	358

D: DIVORCIADO
C: CASADO
S: SOLTEIRO
F: FUMANTE
F^c: NÃO FUMANTE

Probabilidade de obter:

↳ Alguém divorciado ou fumante:

$P(D \cup F) = P(D) + P(F) - P(D \cap F)$

$P(D \cup F) = \frac{102}{358} + \frac{123}{358} - \frac{39}{358}$

$P(D \cup F) \cong \underline{0{,}520}$

↳ Alguém solteiro ou que nunca fumou

$P(S \cup F^c) = P(S) + P(F^c) - P(S \cap F^c)$

$P(S \cup F^c) = \frac{42}{358} + \frac{235}{358} - \frac{20}{358}$

$P(S \cup F^c) \cong \underline{0{,}718}$

2) Foi feita uma pesquisa para saber os favoráveis e contrários à introdução de uma política tributária na região Sul do país. Em Curitiba, entrevistaram-se 18 pessoas, e destes, 9 se manifestaram contra. Em Florianópolis, foram 34 entrevistados, e destes, 9 foram contrários. Finalmente, 35 dos entrevistados eram de Porto Alegre, e destes, 16 foram contrários. Considere que será sorteado

aleatoriamente o questionário de um dos entrevistados. Com base nestas informações responda as questões a seguir.

OBS 1: Probabilidades devem ser expressas com 3 casas decimais, com vírgula (“,”) como caractere separador de decimais, por exemplo: 0,123.
OBS 2: Será considerada uma tolerância de 0,005 no valor das respostas.

1. A probabilidade de sortear uma pessoa de Curitiba ou de Porto Alegre é:
2. A probabilidade de sortear uma pessoa que não seja de Curitiba é:
3. O número de pessoas contra é:
4. A probabilidade de sortear uma pessoa de Porto Alegre ou que seja contra é:
5. A probabilidade de sortear uma pessoa de Florianópolis sabendo que é a favor é:
6. Os entrevistados de Florianópolis e contra são:

2)

	FAVORÁVEIS	CONTRA	TOTAL
CURITIBA	9	9	18
FLORIANÓPOLIS	25	9	34
PORTO ALEGRE	19	16	35
TOTAL	53	34	87

F FAVORÁVEL
F^c CONTRA
C CURITIBA
FL FLORIANÓPOLIS
P PORTO ALEGRE

1. PESSOA DE CURITIBA OU PORTO ALEGRE

$P(C \cup P) = P(C) + P(P) - P(C \cap P)$ EVENTOS DISJUNTOS $(C \cap P) = \varnothing$ (OU ALGUÉM É DE CURITIBA OU DE PORTO ALEGRE) → 'OU' EXCLUDENTE!

$= \frac{18}{87} + \frac{35}{87} - 0$

$= \underline{0,609}$

2. PESSOA NÃO CURITIBANA = OU DE PORTO ALEGRE OU DE FLORIANÓPOLIS

$P(P \cup FL) = P(P) + P(FL) - \underline{P(P \cap FL)}$ DISJUNTOS

$= \frac{35}{87} + \frac{34}{87} - 0$

$= \underline{0,793}$

3. NÚMERO DE PESSOAS CONTRA $\underline{34}$

4. PESSOA DE PORTO ALEGRE OU CONTRA

$P(P \cup F^c) = P(P) + P(F^c) - P(P \cap F^c)$

$= \frac{35}{87} + \frac{34}{87} - \frac{16}{87}$

$= \underline{0,609}$

5. PESSOA DE FLORIANÓPOLIS SABENDO QUE É A FAVOR

$P(FL / F) = \frac{25}{53} = \underline{0,472}$

6. ENTREVISTADOS DE FLORIANÓPOLIS E CONTRA

$P(FL \cap F^c) = \frac{9}{87} = \underline{0,103}$

3) Um cliente realiza duas compras online e o prazo de entrega para ambas é de sete dias. No entanto, com base no histórico de compras ele sabe que a probabilidade da primeira compra ser entregue no prazo é 0.5, e para a segunda compra 0.45. Suponha independência quanto aos prazos de entrega das duas compras. A probabilidade dele receber ao menos uma de suas compras no prazo de sete dias é igual a:

(Considere a realização dos seus cálculos com arredondamento em duas casas decimais. A tolerância considerada é de 0.01.)

3) 1: PRIMEIRA COMPRA
2: SEGUNDA COMPRA
E: ENTREGUE NO PRAZO
E^c: NÃO ENTREGUE NO PRAZO

* RECEBER AO MENOS UMA = $(E_1 \cup E_2)$

* INDEPENDÊNCIA NA ENTREGA DAS COMPRAS
$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2)$

$P(E_1) = 0,5 \rightarrow 1 - P(E_1) = P(E_1^c) = 0,5$

$P(E_2) = 0,45 \rightarrow 1 - P(E_2) = P(E_2^c) = 0,55$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$
$$= 0,5 + 0,45 - P(E_1)P(E_2)$$
$$= 0,95 - 0,5 \cdot 0,45$$
$$= 0,95 - 0,225$$
$$= 0,725$$

ou

$$1 - P(E_1^c \cap E_2^c) =$$
$$= 1 - P(E_1^c)P(E_2^c) =$$
$$= 1 - 0,5 \cdot 0,55$$
$$= 1 - 0,275$$
$$= 0,725$$

complementar de não receber nenhuma

Probabilidade de receber ao menos uma = 0,73 //

4) Em um servidor de email 48% das mensagens recebidas são SPAM.
Verificou-se as características dos emails e inicialmente anotou-se que 88% dos SPAM continham um arquivo executável anexado, enquanto que entre os HAM (não SPAM) 82% não continham um executável anexado. Com isto foi possível criar uma regra inicial para classificação dos emails.

Também anotou-se que 40% dos SPAM continham textos em caixa alta (maiúsculas), enquanto que entre os HAM (não SPAM) 80% não continham textos em caixa alta.
Com isto foi possível criar uma segunda regra para classificação dos emails.

As duas regras podem ser utilizadas individualmente ou conjuntamente. É razoável supor que ter anexo executável e textos em maiúsculas são independentes.
Com estas informações responda às questões a seguir.

OBS 1: Probabilidade devem ser expressas por números decimais utilizando vírgula “,” como caractere separador. Exemplo: 0,125. OBS 2: A resposta deve ser fornecida com duas decimais e tem tolerância de 0.01.

a) Se um email contém maiúsculas, qual a probabilidade de não ser SPAM?
b) Considere que um email será marcado como SPAM se a probabilidade de ser SPAM após observar se contém anexo executável seja maior que 0.70. Um email que contém anexo executável será marcado como: 0-nãoSPAM(HAM) ou 1-SPAM? (responder 0 ou 1)
c) Qual a probabilidade de receber um email que não contenha um anexo executável?
d) Qual a probabilidade de receber um email que não contenha texto em maiúsculas?
e) Se um email contém anexo executável, qual a probabilidade de ser SPAM?

4) S: SPAM — $P(S) = 0{,}48$

S^c: HAM (NÃO SPAM) — $P(S^c) = 0{,}52$

A: ARQUIVO EXECUTÁVEL — $P(A|S) = 0{,}88$ — $P(A^c|S) = 0{,}12$

A^c: ARQUIVO NÃO EXECUTÁVEL — $P(A^c/S^c) = 0{,}82$ — $P(A|S^c) = 0{,}18$

C: TEXTO EM CAIXA ALTA — $P(C/S) = 0{,}4$ — $P(C^c|S) = 0{,}6$

C^c: TEXTO EM MINÚSCULAS — $P(C^c/S^c) = 0{,}8$ — $P(C|S^c) = 0{,}2$

independentes

a) SE UM EMAIL CONTÉM MAIÚSCULAS, QUAL A PROB. DE NÃO SER SPAM?

$$P(S^c/C) = \frac{P(C|S^c)\,P(S^c)}{P(C|S^c)P(S^c) + P(C|S)P(S)}$$

$$= \frac{0{,}2 \cdot 0{,}52}{0{,}2 \cdot 0{,}52 + 0{,}4 \cdot 0{,}48}$$

$$= \frac{0{,}104}{0{,}104 + 0{,}192} = \frac{0{,}104}{0{,}296} = 0{,}351$$

b) UM EMAIL É SPAM SE A PROB. DE SER SPAM APÓS OBSERVAR SE CONTÉM ANEXO EXECUTÁVEL FOR MAIOR QUE 0,7. UM EMAIL QUE CONTÉM ANEXO EXECUTÁVEL SERÁ MARCADO COM 0 - NÃO SPAM (HAM) OU 1 - SPAM?

$P(S|A) > 0{,}7 \rightarrow$ SPAM

$$P(S/A) = \frac{P(A|S)\,P(S)}{P(A|S)P(S) + P(A/S^c)P(S^c)}$$

$$P(S|A) = \frac{0{,}88 \cdot 0{,}48}{0{,}88 \cdot 0{,}48 + 0{,}18 \cdot 0{,}52}$$

$$= \frac{0{,}4224}{0{,}4224 + 0{,}0936} = \frac{0{,}4224}{0{,}516} = 0{,}819 > 0{,}7$$

↳ SERÁ MARCADO COM 1

c) PROBABILIDADE DE RECEBER UM EMAIL SEM ANEXO EXECUTÁVEL

$P(A^c) = P(A^c \cap S) + P(A^c \cap S^c) \rightarrow$ SPAM E SEM ANEXO + HAM E SEM ANEXO

$= P(A^c|S)P(S) + P(A^c|S^c)P(S^c)$

$= 0{,}12 \cdot 0{,}48 + 0{,}82 \cdot 0{,}52$

$= 0{,}0576 + 0{,}4264 = 0{,}484$

5) Pesquisadores que tratam de doenças hepáticas em uma clínica especializada sugeriram um novo teste para detectar câncer no fígado. O novo teste foi aplicado a um grupo de 698 pessoas, dentre as

quais 49 tinham câncer hepático e 649 sem câncer hepático. Os resultados estão mostrados na tabela abaixo.

Câncer	T+	T-
Presente	37	12
Ausente	117	532

Se uma pessoa for selecionada aleatoriamente, determine a probabilidade desta pessoa ter câncer hepático, dado que seu teste foi positivo. (Considere a realização dos seus cálculos com arredondamento em duas casas decimais.)

5)

CÂNCER	T+	T-	TOTAL
PRESENTE	37	12	49
AUSENTE	117	532	649
TOTAL	154	544	698

P PRESENTE
P^c AUSENTE
T POSITIVO
T^c NEGATIVO

PROBABILIDADE DE TER CÂNCER DADO QUE TEVE TESTE POSITIVO

$$P(P/T) = \frac{P(P \cap T)}{P(T)}$$

$$= \frac{37}{154}$$

$$= 0{,}24$$

6) Associe os conceitos. Na resposta, insira o número referente ao termo na caixa referente ao significado.

1. Partição do espaço amostral.
2. Regra da adição.
3. Regra do complementar.
4. Teorema de Bayes.
5. Teorema da probabilidade total.
6. Probabilidade condicional.
7. Regra do produto.

a) Probabilidade da ocorrência de um evento sabendo que outro aconteceu. 6
b) A probabilidade da interseção entre 2 eventos pode ser obtida usando o produto da probabilidade condicional e da probabilidade de um dos eventos. 7
c) Permite calcular probabilidades condicionais quando existe uma ideia de inversão das probabilidades. 4
d) A probabilidade da ocorrência de um evento pode ser obtida por 1 menos a probabilidade da não ocorrência do evento. 3
e) Eventos que não tem interseção entre si e a união é igual ao espaço amostral. 1
f) A probabilidade da união é dada pela soma das probabilidades menos a probabilidade da interseção. 2
g) Cálculo da probabilidade de um evento que ocorre dentro de um espaço amostral particionado. 5

7)

Sobre conceitos gerais de probabilidade, avalie as seguintes sentenças.

1. Se A ou B ocorrem, então dizemos que ocorre a interseção (união) entre A e B.
2. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ se A e B são independentes.
3. Dois eventos são disjuntos ou mutuamente exclusivos quando (não) há algum elemento comum a ambos.
4. As frequências relativas não podem ser estimativas das probabilidades de ocorrência de eventos.
5. $P(AUB)=P(A)+P(B)$, se A e B não são mutuamente exclusivos.

Selecione a alternativa CORRETA:

c) FVFFF

8) Uma amostra de solo foi retirada para testar pela presença de um certo contaminante. Frações da amostra serão enviadas para dois laboratórios (I e II) que fazem análises de forma independente. A probabilidade de detectar o contaminante no laboratório I é de 0.21 e em II é de 0.56.

Calcule as probabilidades pedidas.

OBS 1: Probabilidades devem ser expressas por números decimais utilizando vírgula “,” como caracter separador de decimal. Exemplo: 0,125.
OBS 2: As respostas devem ser fornecidas com três decimais e tem tolerância de 0.005.

a. Qual a probabilidade de não detectar o contaminante no Laboratório I?
b. Qual a probabilidade de detectar o contaminante em apenas um dos laboratórios?
c. Qual a probabilidade de detectar o contaminante apenas no Laboratório II?
d. Qual a probabilidade de detectar o contaminante no Laboratório I, sabendo que foi detectado no Laboratório II?
e. Qual a probabilidade de não se detectar o contaminante em nenhum laboratório?

8) C DETECTAR O CONTAMINANTE → C^c NÃO DETECTAR O CONTAMINANTE

L_1 LAB 1 * OS DOIS LABORATÓRIOS FAZEM ANÁLISES DE FORMA independente!

L_2 LAB 2

$P(C|L_1) = 0,21$ $\quad P(C^c|L_1) = 0,79$

$P(C|L_2) = 0,56$ $\quad P(C^c|L_2) = 0,44$

a) PROBABILIDADE DE NÃO DETECTAR O CONTAMINANTE NO LAB 1

$P(C^c/L_1) = 1 - P(C/L_1) = 1 - 0,21 = 0,790$

b) PROBABILIDADE DE DETECTAR O CONTAMINANTE EM APENAS UM LAB:

APENAS EM UM: DETECTAR NO LAB 1 E NÃO DETECTAR NO LAB 2 OU NÃO DETECTAR NO LAB 1 E DETECTAR NO LAB 2.

$P(C/L_1) . P(C^c/L_2) + P(C^c/L_1) . P(C|L_2) =$

$= 0,21 . 0,44 + 0,79 . 0,56 =$

$= 0,0924 + 0,4424 =$

$= 0,5348 \cong 0,535$

c) PROBABILIDADE DE DETECTAR O CONTAMINANTE APENAS NO LAB 2

$P(C^c/L_1) . P(C/L_2) = 0,79 . 0,56 = 0,4424 \cong 0,442$

d) PROBABILIDADE DE DETECTAR O CONTAMINANTE NO LAB 1 SABENDO QUE FOI DETECTADO NO LAB 2:

Para eventos independentes, $P(A|B) = P(A)$!

Então temos simplesmente $P(C|L_1) = 0,210$ já que saber o resultado da detecção do contaminante no Lab 1 não interfere no resultado

($P(C|L_1)/(C|L_2) = P(C|L_1)$)

e) PROBABILIDADE DE NÃO DETECTAR O CONTAMINANTE EM NENHUM LABORATÓRIO:

$P(C^c/L_1) . P(C^c/L_2) = 0,79 . 0,44 = 0,3476 \cong 0,348$

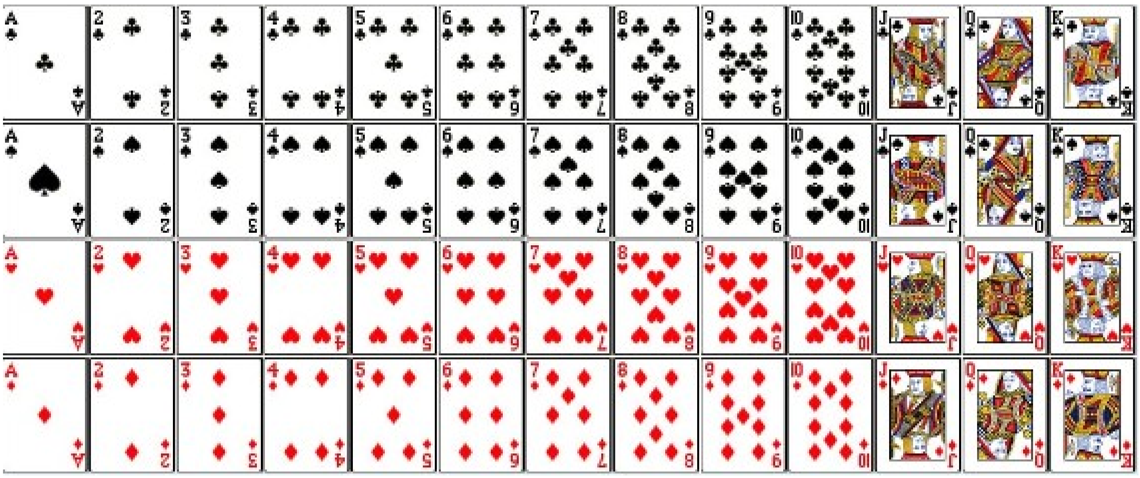
9) Associe os conceitos.

Na resposta, insira o número referente ao termo na caixa referente ao significado.

1. Conjunto vazio.
2. Eventos complementares.
3. Espaço amostral.
4. Eventos.
5. Probabilidade.
6. Fenômeno determinístico.
7. Eventos disjuntos ou mutuamente exclusivos.
8. Interseção entre eventos.
9. Pontos amostrais.

a. Elementos que compõem o espaço amostral. 9
b. Conjunto sem elementos. 1
c. Função que atribui valores numéricos aos eventos do espaço amostral. 5
d. Conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório. 3
e. Evento dado por todos os pontos amostrais comuns aos eventos que a compõem. 8
f. Eventos que possuem interseção nula. 7
g. Eventos disjuntos cuja união resulta no espaço amostral. 2
h. Algo que, quando repetido diversas vezes, tem sempre o mesmo desfecho, isto é, o mesmo resultado. 6
i. Todo resultado ou subconjunto de resultados de um experimento aleatório. 4

10) Um baralho é composto de 52 cartas conforme mostrado na foto a seguir.



As cartas podem ser de quatro naipes distintos: *paus*, *espadas*, *copas* e *ouros*.
Copas e ouros são cartas *vermelhas* enquanto que paus e espadas são cartas *pretas*.
Cada naipe tem portanto 13 cartas que são: A,2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K. J,Q e K são as *figuras* chamadas de valete, dama e rei, respectivamente. Vamos chamar de *números* as cartas que não são figuras, ou seja, A,2,3,4,5,6,7,8,9,10 e o Ás conta como número 1. Baseando-se nisto, calcule as probabilidades pedidas considerando a retirada ao acaso uma carta do baralho.

OBS.1: As probabilidades devem ser expressas com números decimais, entre 0 e 1, e utilizando vírgula (",") como caracter decimal, por exemplo: 0,125. OBS.2: As respostas devem ser dadas em três (3) casas decimais e a tolerância para resposta é de 0,005.

a. Sabendo que a carta é figura, qual a probabilidade de ser uma dama vermelha?
b. Sabe-se que uma carta retirada é preta, qual a probabilidade de ser figura?
c. Sabendo que a carta é número, qual a probabilidade de ser de paus ou menor que 5?
d. Qual a probabilidade de retirar uma dama preta?
e. Qual a probabilidade de retirar um valete de espadas?
f. Sabendo que a carta é número, qual a probabilidade de ser preta e menor que 5?
g. Qual a probabilidade de retirar uma carta que não seja figura?
h. Qual a probabilidade de retirar uma carta que seja figura ou preta?
i. Qual a probabilidade de retirar uma carta que seja número?
j. Sabendo que retirou-se uma carta que é número qual a probabilidade que seja preta?

10) a) SABENDO QUE A CARTA É FIGURA (F), PROBABILIDADE DE SER UMA DAMA (Q) VERMELHA:

$P(Q \text{ VERMELHA} / F) = \dfrac{P(Q \text{ VERMELHA} \cap F)}{P(F)}$ → SIMPLESMENTE Q VERMELHA

$= \dfrac{2}{12} \cong \underline{0,167}$ (2 damas vermelhas → copas e ouro)
(3 figuras de cada naipe, $3 \cdot 4 = 12$)

b) SABENDO QUE A CARTA É PRETA, PROBABILIDADE DE SER FIGURA:

$P(F/P) = \dfrac{P(F \cap P)}{P(P)}$ com F = figura e P = carta preta

$= \dfrac{6}{26} = \underline{0,231}$ (3 figuras de paus e 3 de espada)
(13 cartas de paus e 13 cartas de espada)

c) SABENDO QUE A CARTA É NÚMERO, PROBABILIDADE DE SER DE PAUS OU MENOR QUE 5:

$P(PA \cup C / F^c) = \dfrac{P[(PA \cup C) \cap F^c]}{P(F^c)}$ com PA = Paus, C = menor que 5 e F^c = número

$= \dfrac{22}{40}$ (10 números de paus e 12 de outros naipes < 5) → $\{A, 2, 3, 4\} \cdot 3$
(10 números por naipe, $10 \cdot 4 = 40$)

$= \underline{0,550}$

d) PROBABILIDADE DE TIRAR UMA DAMA PRETA:

$P(Q \cap P) = \dfrac{2}{52} = \underline{0,038}$ com Q = dama e P = carta preta
52 → total de cartas do baralho

e) PROBABILIDADE DE RETIRAR UM VALETE DE ESPADAS:

$P(J \cap E) = \dfrac{1}{52} = \underline{0,019}$ com J = valete e E = espadas

f) SABENDO QUE A CARTA É NÚMERO PROBABILIDADE DE SER PRETA E MENOR QUE 5:

$P(P \cap C / F^c) = \dfrac{P[(P \cap C) \cap F^c]}{P(F^c)}$ com P = carta preta, C = menor que 5 e F^c = número

$= \dfrac{8}{40} = \underline{0,200}$ (números A, 2, 3, 4 DE ESPADAS E PAUS $= 2 \cdot 4 = 8$)
(10 números por naipe, $10 \cdot 4 = 40$)

g) PROBABILIDADE DE RETIRAR UMA CARTA QUE NÃO SEJA FIGURA

$P(F^c) = \dfrac{40}{52} = \underline{0,769}$ (40 números/não figuras em relação ao total)

h) PROBABILIDADE DE RETIRAR UMA CARTA QUE SEJA FIGURA OU PRETA

$P(F \cup P) = P(F) + P(P) - P(F \cap P)$

i) PROBABILIDADE DE RETIRAR UMA CARTA QUE SEJA NÚMERO:

$P(F^c) = \frac{40}{52} = \underline{0{,}769}$ (igual a letra g), não figura = número)

j) SABENDO QUE A CARTA É NÚMERO, PROBABILIDADE DE SER PRETA:

$P(P/F^c) = \frac{P(P \cap F^c)}{P(F^c)}$

$= \frac{20}{40} = \underline{0{,}500}$ $\frac{\text{(10 ESPADAS + 10 PAUS QUE SÃO NÚMEROS)}}{\text{(40 NÚMEROS TOTAIS)}}$