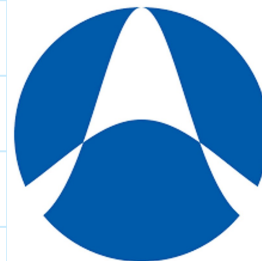


# Exercícios Extra P3 Pré-Prob



PET ESTATÍSTICA

Tente resolver antes de ver as respostas!

Séries: Prove que a esperança de uma variável  $X \sim \text{Poisson}$  é  $\lambda$ .

Temos que, para variáveis discretas:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i) \quad : \text{Esperança}$$

$$\text{Como } X \sim \text{Poisson}(\lambda), \quad p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, \dots$$

Por demonstrar:  $E(X) = \lambda$ .

$$E(X) = \sum_{x=0}^n x p(x)$$

$$E(X) = \sum_{x=0}^n x \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$E(X) = e^{-\lambda} \sum_{x=1}^n \frac{x \lambda^x}{x!}$$

não depende de  $x$  ←

pois, para  $x=0$ ,  $\frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} = e^{-\lambda}$ , que foi para "fora" da soma.

$$E(X) = e^{-\lambda} \sum_{x=1}^n \frac{x \lambda^x}{x(x-1)!}$$

$$E(X) = e^{-\lambda} \sum_{x=1}^n \frac{\lambda^x}{(x-1)!}$$

Aqui, lembramos da **Série de Taylor**:  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = e^x$

Aplicando nesse caso, temos  $\sum_{x=1}^n \frac{\lambda^x}{(x-1)!}$  e consideramos

$x = y+1$ . Assim,

$$E(X) = e^{-\lambda} \sum_{x=1}^n \frac{\lambda^{y+1}}{(y+1-1)!}$$

$$E(X) = e^{-\lambda} \sum_{x=1}^n \frac{\lambda^y \cdot \lambda^1}{y!}$$

$$E(X) = e^{-\lambda} \cdot \lambda \sum_{x=1}^n \frac{\lambda^y}{y!} \quad : \text{se } x=1 \text{ e } x=y+1,$$



Como o sudeste tem 4 estados, pensando em 6 cores distintas,

$$\underline{6} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} = \underline{360}$$

17. Dois prêmios iguais serão sorteados entre vinte pessoas, das quais doze são mulheres e oito são homens. Admitindo que uma pessoa não possa ganhar os dois prêmios,

a) De quantas maneiras diferentes pode-se distribuir os prêmios entre as pessoas?

Dois prêmios e vinte pessoas:

$$\binom{20}{2} = \frac{20!}{2!(20-2)!} = \frac{20!}{2!18!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{2!18!} = \frac{20 \cdot 19}{2 \cdot 1} = 10 \cdot 19 = \underline{190}$$

b) De quantas maneiras diferentes pode-se distribuir os prêmios se um deve ser concedido a uma mulher e o outro a um homem.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ prêmio e uma mulher} \\ \binom{12}{1} = \frac{12!}{1!0!} = 12 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 1 \text{ prêmio e um homem} \\ \binom{8}{1} = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 12 \cdot 8 = \underline{96} \\ \downarrow \\ \text{"e"} \end{array}$$

18. Um motoboy precisa entregar quatro pizzas. De quantas maneiras diferentes ele pode visitar os quatro clientes da pizzaria?

Como cada caminho é diferente, a "orden importa". Isso recai em uma permutação simples, ou seja,  $\underline{4! = 24}$ .

23. Dos 420 candidatos a um ingresso gratuito para o show de Lady Fanha, apenas 3 serão selecionados pela produção do evento. Quantos grupos diferentes de três pessoas podem ser sorteados?

Aqui, dentro de cada grupo, se escolhermos "João, Lucas e Ana" ou "Lucas, Ana e João", o grupo permanece o mesmo, ou seja, a ordem não importa. Assim, temos uma combinação das 3 pessoas dos grupos em 420 candidatos:

$$\binom{420}{3} = \underline{12\ 259\ 940} \text{ (grupos possíveis)}$$